RAN-2108002601040001

RAN-2108002601040001

M.Com. Part-I (External) Examination March - 2026

Advanced Statistics P - I

Time: 3 Hours] **[Total Marks: 100**

સૂચના : / Instructions	Seat No.:
(1) ઉપરોક્ત દર્શાવેલ વિગતો ઉત્તરવહી પર અવશ્ય લખવી. Fill up strictly the above details on your answer book. (2) જમણી બાજુના અંક પ્રશ્નના પૂરા ગુણ સૂચવે છે. Figure to be right indicates full marks of the questions. (3) આલેખ પત્રો અને સાંખ્યિકીય કોષ્ટકો વિનંતી કરવાથી આપવામાં આવશે. Graph paper and statistical tables would be given on request.	Student's Signature

પ્ર. 1 નીચેના પ્રશ્નોના જવાબ આપો. **(20)**

(1) બિનપ્રાચલીય પરિક્ષણની વ્યાખ્યા આપો.

(2) અતિગુણોત્તર વિતરણના ગુણધર્મો લખો.

(3) સમજાવોઃ- પરિક્ષણનું કદ

(4) સંગત આગણકની વ્યાખ્યા આપો.

(5) જો T_1 અને T_2 બંને અનુક્રમે θ_1 અને θ_2 નાં અનભિનત આગણક હોય તો $\dfrac{\theta_1 + \theta_2}{2}$ નો અનભિનત આગણક શોધો.

(6) નીચેની માહિતી પરથી રનની સંખ્યા અને મધ્યક શોધો.
X X Y X Y X Y Y X Y X X

(7) ઋણ દ્વિપદી વિતરણના ગુણધર્મો જણાવો.

(8) જો $f(x, \theta) = \dfrac{1}{\theta}$, જ્યાં $0 \le x \le \theta$ તો θ નો આગણક પ્રઘાતની રીતથી મેળવો.

(9) સમજાવોઃ- અસ્વીકૃતિ ક્ષેત્ર

(10) સમજાવોઃ- સામર્થ્ય વિધેય

Q. 2 (a) ઋણ દ્વિપદી વિતરણ માટે પ્રઘાત સર્જક વિધેય મેળવો તથા તેના મધ્યક અને વિચરણ મેળવો. **(07)**

(b) લાપ્લાસ વિતરણનું સંભાવના ઘટત્વ વિધેય લખો તથા એના પ્રઘાત સર્જક વિધેય પરથી વિચરણ મેળવો. **(07)**

(c) અતિગુણોત્તર વિતરણનું સંભાવના ઘટત્વ વિધેય મેળવો. **(06)**
એક વસ્તુના 20 એકમોના સમૂહમાં 20% વસ્તુઓ ખામીવાળી છે આ સમૂહમાંથી 6 વસ્તુઓનો એક યદ્દચ્છ નિદર્શ પસંદ કરવામાં આવે છે તો આ નિદર્શમાં 2 વસ્તુઓ ખામીવાળી હોવાની સંભાવના શોધો.

અથવા

Q. 2 **(a)** સ્વતંત્ર ચલો $x_i \sim N(\mu_i, \sigma^2)$, $i = 1, 2$ માટે $x_1 . x_2$ અને $\frac{x_1}{x_2}$ ના વિતરણો શોધો. **(07)**

(b) કોશી વિતરણનું સંભાવના ઘટત્વ વિધેય લખો અને તેના ચતુર્થકો મેળવો. **(07)**

(c) અતિગુણોત્તર વિતરણનો મધ્યક મેળવો. **(06)**

Q. 3 **(a)** પ્રમાણ્ય સમષ્ટિ $N(\mu, \sigma^2)$ માટે પ્રાચલ μ ની 99% વિશ્વસનીય સીમાઓ શોધો. **(08)**

(b) સંભાવના વિતરણ $f(x, \theta) = \theta.e^{-\theta x}$, $0 < x < \infty$, $\theta > 0$ માંથી લીધેલા યદ્દચ્છ નિદર્શ પરથી પ્રાચલ θ નો મહત્તમ વિસંભાવના આગણક શોધો. **(06)**

(c) જો $x_1, x_2, \ldots\ldots x_n$ એ સંભાવના વિધેય $f(x, \theta) = \theta^x . (1-\theta)^{1-x}$, $x = 0, 1, 2, \ldots. \infty$, $0 < \theta < 1$ માંથી લીધેલ યદચ્છ નિદર્શ હોય તો સાબિત કરો કે $t = \sum_{i=1}^{n} x_i$ એ θ નો પર્યાપ્ત આગણક છે. **(06)**

અથવા

Q. 3 **(a)** જો $x_1, x_2, \ldots\ldots x_n$ એ $N(\mu, \sigma^2)$ માંથી લીધેલા યદચ્છ નિદર્શ હોય તો μ અને σ^2 ના મહત્તમ વિસંભાવના આગણક મેળવો. **(08)**

(b) 0 અને 1 કિંમતો અનુક્રમે $(1-\theta)$ અને θ સાથે ધારણ કરે તેવા બર્નોલીના ચલમાં n અવલોકનો $x_1, x_2, \ldots\ldots x_n$ છે. સાબિત કરો કે θ^2 નો અનભિનત આગણક $\frac{T(T-1)}{n(n-1)}$ છે જ્યાં $T = \sum_{i=1}^{n} x_i$ છે. **(06)**

(c) દ્વિપદી સમષ્ટિમાંથી લીધેલા નિદર્શનો મધ્યક એ પોયસન સમષ્ટિમાંથી લીધેલા નિદર્શના મધ્યક કરતાં વધુ દક્ષ હોય છે એમ સાબિત કરો. **(06)**

Q. 4 **(a)** પ્રમાણ્ય વિતરણ $N(\mu, \sigma^2)$ માંથી લીધેલા n કદવાળા નિદર્શના આધારે $H_0: \sigma^2 = \sigma_0^2$ વિરુદ્ધ $H_1: \sigma^2 = \sigma_1^2$ ના પરીક્ષણ માટે નેમન-પિયરસન પ્રમેયનો ઉપયોગ કરી α કદવાળો શ્રેષ્ઠ અસ્વીકૃતિ પ્રદેશ મેળવો તથા જો $\sigma_0^2 > \sigma_1^2$ હોય તો, આ કિસ્સામાં સામર્થ્ય વિધેય પણ મેળવો. **(08)**

(b) એક સિક્કાને 8 વખત ઉછળવામાં આવે છે $H_0: P = \frac{1}{3}$ વિરુદ્ધ $H_1: P = \frac{2}{3}$ નું પરીક્ષણ કરવાનું છે જો 6 કરતાં છાપ મળે તો H_0 નો અસ્વીકાર કરવામાં આવે છે. તો α, β અને પરિક્ષણનું સામર્થ્ય શોધો. **(06)**

(c) સમજાવો:- **(06)**

(i) પરિકલ્પના પરીક્ષણમાં બે પ્રકારની ભૂલો

(ii) પરિક્ષણનું સામર્થ્ય

(iii) વૈકલ્પિક પરિકલ્પના

અથવા

Q. 4 **(a)** નેમન-પિયરસન પ્રમેયિકા સમજાવો અને તેના ઉપયોગો જણાવો. **(06)**

(b) જો. $N(\theta, 80)$ પ્રામાણ્ય વિતરણ n = 20 કદવાળું યાદચ્છિક નિદર્શ લેવામાં આવે છે. $H_0: \theta = 78$ વિરુદ્ધ $H_1: \theta = 81$ નું પરીક્ષણ કરવા માટે નીચેના બે પરીક્ષણો આપવામાં આવ્યા છે. બે માંથી કયું પરીક્ષણ સારું? તે જણાવો. **(08)**

પરીક્ષણ : 1- જો $\bar{x} > 81$ તો H_0 અસ્વીકાર થાય

પરીક્ષણ : 2 - જો $\bar{x} < 73.8$ અથવા $\bar{x} > 81.32$ તો H_0 અસ્વીકાર થાય.

(c) સંભાવના ઘટત્વ વિધેય $f(x, \theta) = \frac{e^{-\theta}\theta^{x}}{x!}$, $\theta > 0, x = 0, 1.2........ \infty$ જો x પરનું એક નિરીક્ષણ **(06)**

લઈ અંતર $x \leq 1$ નો અસ્વીકૃતિ ક્ષેત્ર તરીકે ઉપયોગ કરી $H_0{:}\theta = 2$ વિરૂધ્ધ $H_1{:}\theta=3$ નું પરીક્ષણ કરવાનું હોય તો પ્રથમ અને દ્વિતીય પ્રકારની ભૂલનું કદ શોધો. પરીક્ષણનું સામર્થ્ય પણ મેળવો.

Q. 5 (a) બેથી વધુ નિદર્શો માટેનું મધ્યસ્થ પરીક્ષણ સમજાવો. **(06)**

(b) ICWના વિદ્યાર્થીઓના ત્રણ જૂથે ત્રણ જુદીજુદી પધ્ધતિઓ દ્વારા જાણીને આપેલ પરીક્ષામાં મેળવેલા ગુણ નીચે મુજબ છે કૃશકલ - વોલીસ પરિક્ષણનો ઉપયોગ કરી 1%ની સાર્થકતાની કક્ષાએ ''ત્રણેય પધ્ધતિ વચ્ચે કોઈ તફાવત નથી'' નું પરીક્ષણ કરો. **(08)**

પદ્ધતિ - I	44	38	41	24	37	–	–
પદ્ધતિ - II	35	32	29	34	31	40	32
પદ્ધતિ - III	38	17	22	26	–	–	–

(c) વાઘના 10 માદા અને 6 નર બચ્ચાના હ્રદયનું વજન ગ્રામમાં આપેલ છે. શું નર બચ્ચાના હ્રદયના વજન માદા બચ્ચાનાં હ્રદયનાં વજન કરતાં વધુ છે? સાનુક્રમ પરિક્ષણનો ઉપયોગ કરો. **(06)**

માદા	10.7	15.3	9.3	11.6	8.2	12.3	9.0	8.3	10.7	13.6
નર	7.2	7.3	7.0	9.0	7.3	9.2	–	–	–	–

અથવા

Q. 5 (a) નીચેની માહિતી બે અલગ-અલગ જાતની બેટરી માટેના આયુષ્ય સમય (કલાકો) માં દર્શાવ્યા છે. **(07)**

જાત A	50	40	50	55	65	40	30
જાત B	60	60	60	65	70	50	40

કોલ્મોગોરોવ - સ્મિરનોવ પરિક્ષણનો ઉપયોગ કરી આ બે બેટરીઓ તેમના સરેરાશ સમયના સંદર્ભમાં જુદી પડે છે કે કેમ તે નક્કી કરો.

(b) નીચેની માહિતી માટે સહસંબંધનું કેન્ડાલનું માપ શોધો. તેની સાર્થકતાનું પરીક્ષણ કરો. **(07)**

X	52	68	57	10	86	83	81	53	55	96
Y	12	16	9	7	35	58	56	26	32	52

(c) બિનપ્રાચલીય પરીક્ષણમાં આવતી માપ પધ્ધતિઓ સમજાવો. **(06)**

ENGLISH VERSION

Q. 1 Answer the following questions. **(20)**

(1) Give definition of non-parametric test.

(2) Write the properties of hyper geometric distributing.

(3) Explain:-Size of the test.

(4) Give the definition of consistent estimator.

(5) If T_1 and T_2 are unbiased estimator of θ_1 and θ_2 than obtain the unbiased estimator of $\frac{\theta_2 + \theta_2}{2}$

(6) Determine the number of runs and mean for the following data.

X X Y X Y X Y Y X Y X X

(7) State the characteristics of negative binomial distribution.

(8) If $f(x, \theta) = \frac{1}{\theta}$, where $0 \le x \le \theta$, then obtain the estimator of θ by the method of moments.

(9) Explain:- Critical region

(10) Explain:- Power function

Q. 2 (a) Obtain the moment generating function for the negative distribution, also obtain its mean and variance. **(07)**

(b) Write the probability density function of Laplace distribution, also obtain variance from its moment generating function. **(07)**

(c) Obtain the probability density function of hypergeometric distribution. **(06)**
20% units are defective in a group of 20 units of a commodity, a random sample of 6 units is taken, then find the probability that there would be 2 defective units.

OR

Q. 2 (a) Find the distribution of $x_1 . x_2$ and $\frac{x_1}{x_2}$ for $x_i \sim N(\mu_i, \sigma^2)$, i = 1, 2 are independent. **(07)**

(b) State the probability density function of Cauchy distribution, also obtain its quartiles. **(07)**

(c) Obtain the mean of hypergeometrie distribution. **(06)**

Q. 3 (a) For a normal population $N(\mu, \sigma^2)$, find the 99% confidence limit for population mean μ. **(08)**

(b) A random sample taken from a probability distribution $f(x, \theta) = \theta . e^{-\theta x}$, $0 < x < \infty$, $\theta > 0$ obtain the maximum likelihood estimator of the parameter θ. **(06)**

(c) If $x_1, x_2, \ldots\ldots x_n$ is a random sample taken from the probability function. **(06)**
$f(x, \theta) = \theta^x . (1 - \theta)^{1-x}$, $x = 0, 1, 2, \ldots. \infty$, $0 < \theta < 1$ then prove that $t = \sum_{i=1}^{n} x_i$ is a sufficient estimator of θ.

OR

Q. 3 (a) If $x_1, x_2, \ldots\ldots x_n$ is a random sample taken from $N(\mu, \sigma^2)$, then obtain the maximum likelihood estimator of μ and σ^2. **(08)**

(b) There is n Bernolli variables $x_1, x_2, \ldots\ldots x_n$ possessing the probability $(1 - \theta)$ and θ and 1. Then prove that $\frac{T(T-1)}{n(n-1)}$ is an unbiased estimator of θ^2 where $T = \sum_{i=1}^{n} x_i$ **(06)**

(c) Prove that the mean of a sample taken from binomial population is more efficient then the mean of a sample taken from the Poisson population, **(06)**

Q. 4 (a) A random sample of size n is taken from the normal distribution $N(\mu, \sigma^2)$, obtain the best critical region of size, by using Neyman-Pearson lemma for testing $H_0: \sigma^2 = \sigma_0^2$ against $H_1: \sigma^2 = \sigma_1^2$, more over if $\sigma_0^2 > \sigma_1^2$, then obtain the power function in this case. **(08)**

(b) A coin is twisted 8 times. Test $H_0: P = \frac{1}{3}$ against $H_1: P = \frac{2}{3}$. If the number of head occurs more than 6 times, then H_0 is rejected. Find α, β and power of the test. **(06)**

(c) Explain: **(06)**

(i) Two types errors in testing of hypothesis

(ii) Power of the test

(iii) Alternative hypothesis

OR

Q. 4 (a) Explain Neyman-Pearson lemma and states its uses. **(06)**

(b) A random sample of size n = 20 is taken from a normal distribution $N(\theta, 80)$ two test are given below, to test the hypothesis $H_0: \theta = 78$ against $H_1: \theta = 81$. State which test is better one **(08)**

Test: 1 – If $\bar{x} > 81$ then reject H_0

Test: 2 – If $\bar{x} < 73.8$ or $\bar{x} > 81.32$ then reject H_0

(c) The probability density function is **(06)**

$$f(x, \theta) = \frac{e^{-\theta}\theta^x}{x!}, \quad \theta > 0, x = 0, 1.2........ \infty$$

Test $H_0: \theta = 2$ against $H_1: \theta = 3$ using only one observation of x and the distance $x \le 1$ as acritical region. Find the probability of type I and type II errors. Also obtain power of test.

Q. 5 (a) Explain the median test for more than two samples. **(06)**

(b) The following are the final examination marks of three groups of ICW students by three different methods. **(08)**

Method – I	44	38	41	24	37	–	–
Method – II	35	32	29	34	31	40	32
Method – III	38	17	22	26	–	–	–

Use Krushkal- Wallis test at 1% level of significance to test the hypothesis that there is no difference between methods.

(c) The weight of heart in grams of 10 female and 6 male cubs are given below. Is the heart weight of male cub on an average more than that of female cub? **(06)**

Female	10.7	15.3	9.3	11.6	8.2	12.3	9.0	8.3	10.7	13.6
male	7.2	7.3	7.0	9.0	7.3	9.2	–	–	–	–

OR

Q. 5 (a) The following data indicates the life time (In hours) of two different types of batteries. **(07)**

Type A	50	40	50	55	65	40	30
Type B	60	60	60	65	70	50	40

Using Kolmogorov-Smirnov test, decide whether the both types of batteries are differed from their average time?

(b) For the following data find measurement of correlation of Kendall and test its significance. **(07)**

X	52	68	57	10	86	83	81	53	55	96
Y	12	16	9	7	35	58	56	26	32	52

(c) Explain the scale methods, which are used in non-parametric methods. **(06)**